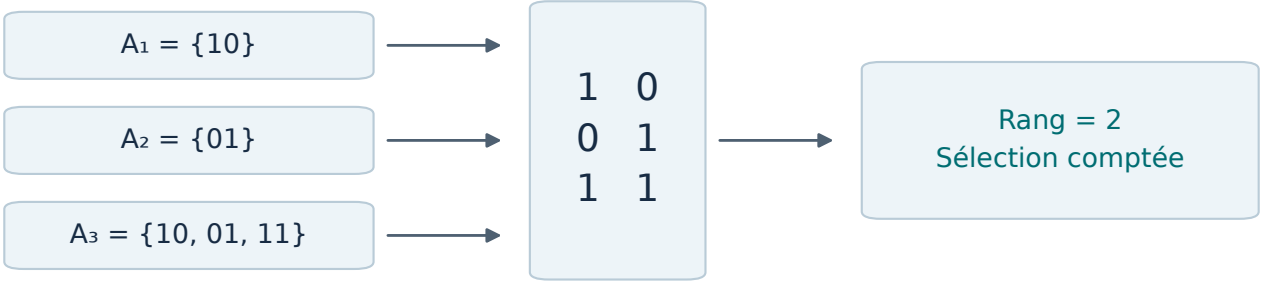
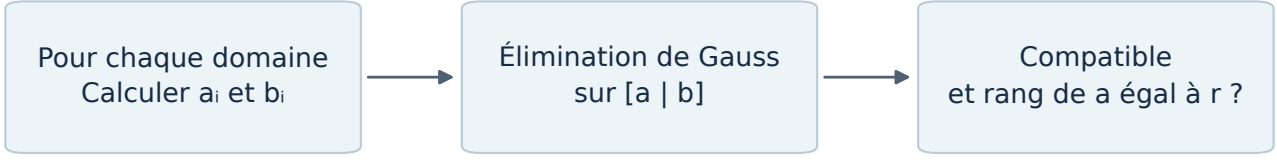
01 Une sélection de rang plein



Les coordonnées binaires sont écrites de gauche à droite.

02 De la liste des domaines au bit de parité



a_i = XOR des vecteurs
$b_i = 1 + (|A_i| \bmod 2)$

Oui → bit 0 = 1 Non → bit 0 = 0

03 Termes de Möbius qui subsistent modulo 4

Codim. c	Coefficient μ	Contribution modulo 4
0	$+1$	0 · produit des tailles des plans
1	-1	0 · au moins deux facteurs pairs
2	$+2$	2 si toutes les intersections sont triviales
≥ 3	multiple de 4	0 · coefficient divisible par 4

04 Du plan d’arête aux trois couleurs

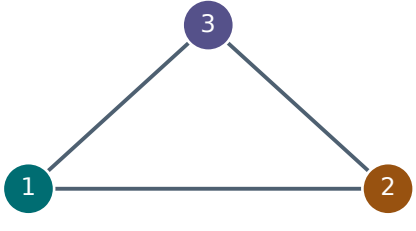


$A_{uv} \cap W = \{0\}$

Dans le quotient : 3 couleurs

1 noyau admissible ↔ 1 orbite de 6 colorations étiquetées

05 Triangle : un noyau, quatorze sélections

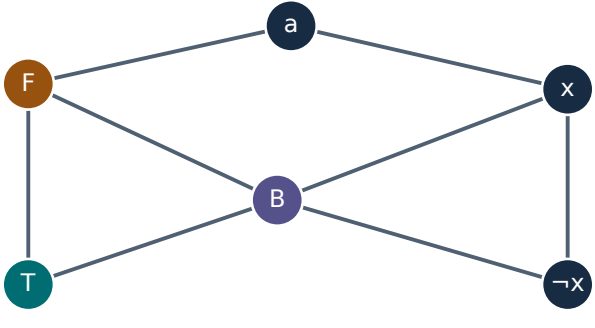


$W = \langle (1,1,1) \rangle$

c = 0	c = 1	c = 2	c = 3
+64	−80	+38	−8

N = 14 • N mod 4 = 2

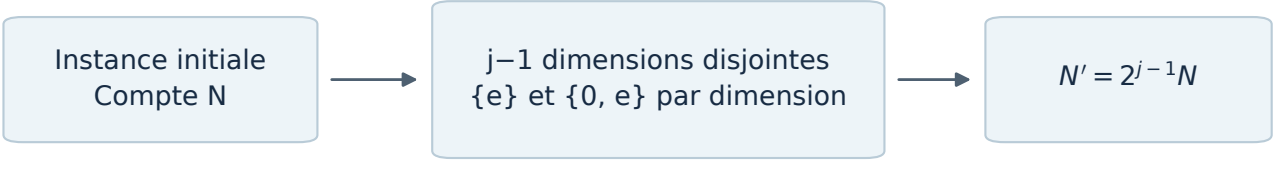
06 Gadget pour une clause unitaire



x vrai → a : B

x faux → a : T ou B

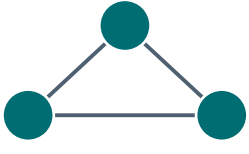
07 Extension de la dureté aux bits supérieurs



$$\mathrm{bit}_1(N) = \mathrm{bit}_j(N')$$

08 Trois graphes, trois comptes exacts

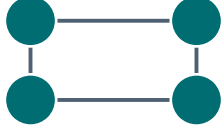
Triangle



N = 14 • Orbites = 1

N mod 4 = 2

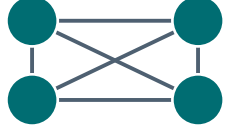
Cycle C_4



N = 30 • Orbites = 3

N mod 4 = 2

Graphe complet K_4



N = 1 960 • Orbites = 0

N mod 4 = 0

09 Une élimination de Gauss en dimension 256

DOMAINES
2 lignes fixes
254 lignes à 3 choix

COMPTE EXACT
Toutes les sélections
ont rang 256

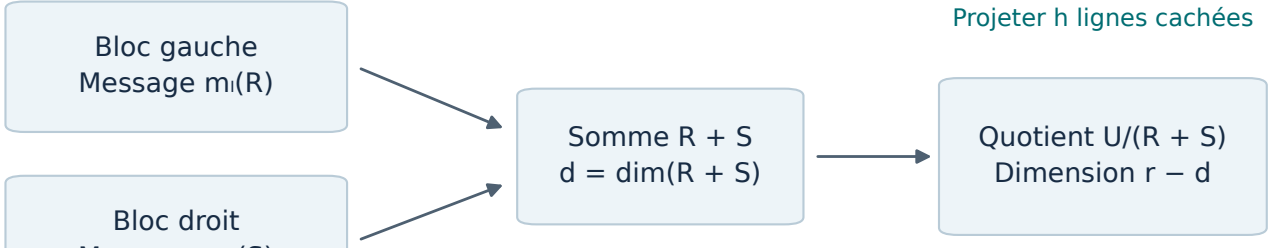
ÉLIMINATION DE GAUSS
Système homogène
de rang 256

m = r = 256

$N = 3^{254}$

N mod 2 = 1

Raccordement de deux blocs d’observations



$$M(R,S) = q^d \prod_{i=0}^{r-d-1} (q - 2^i) \quad \text{avec } q = 2^h$$